

## 分组协同中继系统性能研究以及分组长度性能影响分析

刘少阳<sup>1</sup>, 习勇<sup>1</sup>, 李颖<sup>2</sup>, 魏急波<sup>1</sup>, ALISTER Burr<sup>3</sup>

(1. 国防科学技术大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 中国电子系统工程公司研究所, 北京 100141;

3. Department of Electronics, York University, Heslington, YO105DD, UK)

**摘要:** 针对 AF(amplify-and-forward)和 DF(decode-and-forward)2 种转发模式, 分析了分组协同中继通信系统在高信噪比下的误帧率性能, 并研究了帧长对误帧率的影响。研究表明, 以误帧率为准则, AF 和 DF 模式都取得了相同的分集增益, 但是编码增益不一样, 并且编码增益与帧长有关。与现有的研究结论不一样, 考虑到实际的分组长度, DF 总是能够获得较 AF 更好的性能, 帧越短 DF 的优势越明显; 当帧长足够大时 AF 能够获得和 DF 相近的性能。还研究了最优的中继位置, 对于 AF 系统, 最优的中继位置总是位于源和目的节点中点处; 而对于 DF 系统, 当帧长增大时最优的中继位置将从靠近源处逐渐移至中点处。

**关键词:** 协同中继; 误帧率; AF; DF

中图分类号: TP393.17

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)09-0132-08

## Performance analysis of packet cooperative relaying system and the effect of packet length on performance

LIU Shao-yang<sup>1</sup>, XI Yong<sup>1</sup>, LI Ying<sup>2</sup>, WEI Ji-bo<sup>1</sup>, ALISTER Burr<sup>3</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineer, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Institute of China Electronic System Engineering Company, Beijing 100141, China;

3. Department of Electronics, York University, Heslington, YO105DD, UK)

**Abstract:** The packet error rate (PER) of the packet cooperative relay system for both (amplify-and-forward) and DF (decode-and-forward) schemes in the high signal-to-noise ratio (SNR) region was analyzed, and the effect of packet length on PER performance was studied. It is shown that both AF and DF achieve the same diversity gain in terms of PER, but with different coding gains depending on packet length. Different from the prior research, if considering practical packet lengths, the DF scheme always achieves better performance than the AF scheme, with shorter packet length, the advantage of DF over AF is more obvious. For large enough packet length, AF performance approaches that of DF. It is also found that the optimal relay will always be located in the middle of the two nodes for AF regardless of packet length, while for DF, when packet length becomes large, the optimal relay moves from close to the source towards the midpoint.

**Key words:** cooperative relaying; packet error rate; AF; DF

### 1 引言

在协同通信系统中, 节点相互帮助进行数据转发, 能够有效地对抗分布式无线网络中的信道衰落

影响, 从而提高系统的传输可靠性或系统容量。协同通信是目前的研究热点, 基于不同的设计准则和信道条件假设, 学者们提出了不同的协同方案和策略。在这些协同策略中, 放大转发(AF, amplify-

and-forward)和解码转发(DF, decode-and-forward)模式, DF 包括固定 DF 和选择性 DF, 由于其实现简单, 受到了广泛研究。对于 AF 模式来说, 中继将收到的来自源节点的信号进行放大, 并转发给目的节点; 而对于 DF 模式来说, 中继首先将接收到的来自源节点的信号进行解码, 重新编码后转发给目的节点。

目前, 有很多文献对协同 AF 和 DF 模式性能进行了研究, 或对两者的性能进行了比较。这些研究, 或者是基于不同的性能准则, 例如中断概率<sup>[1]</sup>、中断容量<sup>[2]</sup>、误符号率(SER)<sup>[3,4]</sup>; 或者基于不同的信道衰落条件假设, 包括瑞利衰落<sup>[3]</sup>、莱斯衰落<sup>[5]</sup>; 或者是联合多中继<sup>[3]</sup>和中继选择<sup>[6,7]</sup>进行性能分析; 或者是结合混合 ARQ<sup>[8,9]</sup>系统进行性能分析等等。

特别地, Laneman 在文献[1]中以中断概率为准则, 评估了不同的协同策略在瑞利衰落下的性能; 研究表明, 除固定 DF 外, 所有其他的协同策略均能够获得全分集增益, 在高信噪比下, 选择性 DF 模式与 AF 模式两者性能等同。

尽管目前有大量的文献对不同协同策略下的性能进行了研究, 这些性能分析主要是以 SER 或者 BER (误码率) 或者中断概率为准则的。然而, 对于实际的协同通信系统来说, 分析误帧率 (PER, packet error rate) 性能通常比分析误码率来的更加直观明显, 因为对于大部分实际无线通信系统来说, 数据总是以分组的形式发送出去的, 而不仅仅是比特流; 这样, 系统的吞吐量性能主要取决于 PER 而不是 BER。特别是对选择性 DF 来说, 数据是基于分组的形式一帧一帧地传输, 这样中继节点才有可能根据每一帧数据的 CRC (循环冗余校验) 进行错误检测, 并且将分组数据的解码状态反馈给源节点。尽管目前大部分对协同通信系统性能的研究都假设中继节点能够对每个符号进行独立的错误检测, 考虑到实际的信令开销, 这几乎是不现实的。

另一方面, 衰落信道下的误帧率分析长期以来也一直是研究的难点。文献[10]研究了 Turbo 码在衰落信道下的误帧率性能, 文献[11]基于 Chernoff 上界推导了衰落信道下未编码系统的误帧率; 文献[12,13]用数值近似的方法获得一般情况下 (任意调制与编码方式) 的误帧率, 但仍存在一定的偏差; 文献[14]基于一个新的积分不等式得出了一般情况下 (任意分组长度与调制编码) 衰落信道误帧率的

紧上限。文献[15]分析了分组协同通信系统 AF 模式和 DF 模式的性能, 并讨论了分组长度 (帧长度) 对 AF 模式和 DF 模式性能差异的影响。本文与文献[15]的不同点与扩展之处在于: 1) 本文基于文献[14]提出的积分不等式, 从数学的角度严格地证明了分组长度对 AF 模式和 DF 模式性能差异; 2) 本文的研究中考虑了编码系统; 3) 本文还分析了分组长度对于最优中继节点选择的影响。

## 2 系统模型

考虑一个典型的无线协同中继通信系统, 中继节点  $R$  位于源节点  $S$  和目的节点  $D$  之间, 如图 1 所示, 源节点发送分组数据给目的节点, 中继节点对源节点进行辅助转发。

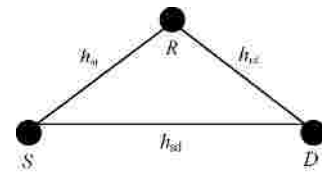


图 1 3 节点协同中继系统模型

协同过程分为 2 个阶段: 第一阶段, 源节点广播信号至中继节点和目的节点。假设源节点发送功率为  $P$  的广播信号  $x$ , 中继节点的接收信号  $y_{sr}$  和目的节点的接收信号  $y_{sd}$  可以分别表示为

$$y_{sr} = h_{sr} \sqrt{P} x + n_{sr} \quad (1)$$

$$y_{sd} = h_{sd} \sqrt{P} x + n_{sd} \quad (2)$$

第二阶段, 中继节点转发接收到的来自源节点的复制信号  $x_r$  (可能是错误的, 或者是受到了噪声影响包含转发功率的信号, 其功率大小依赖于转发模式) 至目的节点, 因此可将目的节点的接收信号  $y_{rd}$  表达为

$$y_{rd} = h_{rd} x_r + n_{rd} \quad (3)$$

本文假设所有的信道都是准静止的瑞利衰落信道, 在式(1)~式(3)中,  $h_{sr}$ 、 $h_{sd}$  和  $h_{rd}$  分别表示源-中继(S-R)信道, 源-目的(S-D)信道, 中继-目的(R-D)信道的瑞利衰落系数, 该系数同时包括了路径损耗和瑞利平坦衰落的影响。  $n_{sr}$ 、 $n_{sd}$  和  $n_{rd}$  为高斯白噪声信号, 具有相同的功率谱密度  $N_0$ 。

基于准静止的衰落信道模型, 本文假设信道衰落系数  $h_{ij}$  ( $i \in \{s, r\}, j \in \{r, d\}, i \neq j$ ) 在一个分组的发送期间保持恒定, 在分组与分组之间服从独立的衰

落。在接收端，瞬时的接收信噪比 (SNR)  $g_{ij}$  可以表示为  $g_{ij} = |h_{ij}|^2 P/N_0$ 。

定义平均信噪比为  $\bar{g} = P/N_0$ ， $b_{ij} = |h_{ij}|^2$  为信道相关的非负随机变量，用来表示衰落状态，那么瞬时接收信噪比可以建模为  $g_{ij} = b_{ij} \bar{g}$ 。定义  $b_{ij}$  的均值为  $E[b_{ij}] = \bar{b}_{ij}$ 。

考虑具有 CRC 校验的分组系统，采用一定的纠错编码或者未编码方式进行数据传输。假设数据帧的接收瞬时信噪比为  $g$ ，并且定义  $f(g)$  为瞬时信噪比与误帧率的函数。对于未编码的分组数据传输，误帧率可以表示为

$$f(g) = (1 - (1 - b(g))^n) \quad (4)$$

其中， $b(g)$  为在给定的瞬时接收信噪比时系统在高斯信道下的 BER， $n$  为数据分组的 bit 数目。对于非相关 DPSK 解调，BER 可以表示为  $b_{\text{DPSK}}(g) = e^{-g}/2$ ，而对于 MPSK 相关解调，BER 形式为  $b_{\text{MPSK}}(g) = k_1 Q(\sqrt{k_2 g})$ ，这里  $Q(\cdot)$  表示高斯 Q 函数，定义为  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp(-z^2/2) dz$ ，其中， $k_1, k_2 > 0$  为与调制相关的系数。

如果接收瞬时信噪比 SNR 具有概率密度分布函数  $p(g)$ ，那么平均误帧率 ( $P_f$ ) 可以表示为

$$P_f = \int_0^\infty f(g) p(g) dg \quad (5)$$

### 3 准静止衰落信道下的渐近平均误帧率分析

本节将分析当平均 SNR 足够高的时候，即  $\bar{g} \rightarrow \infty$  的系统性能。文献[16]指出，在高信噪比下，一个典型的通信系统在多数衰落信道下其平均 SER 可以近似为  $P_E \approx (G_c \bar{g})^{-G_d}$ ，其中， $G_c$  定义为编码增益，而  $G_d$  定义为分集增益或分集阶数。

1) 定理 1 假设  $f(g)$  为给定接收瞬时信噪比  $g$ ，系统在高斯白噪声信道 (AWGN) 下的误帧率函数，并假设  $\int_0^\infty g^t f(g) dg$  存在， $b$  为与信道相关的衰落系数，其概率密度分布函数为  $p(b)$ ，假设  $p(b)$  在零点处可以展开为多项式  $p(b) = a_t b^t + O(b^{t+e})$  ( $a_t > 0, t > -1, e > 0$ )，那么在高信噪比下，系统在准静态衰落下的渐近误帧率可以表示为

$$P_f(\bar{g}) = \frac{a_t \int_0^\infty g^t f(g) dg}{(\bar{g})^{t+1}} + O\left(\frac{1}{(\bar{g})^{t+1}}\right) \quad (6)$$

证明 根据式 (5)，平均误帧率可以表达为

$$P_f = \int_0^\infty f(b\bar{g}) p(b) db \quad (7)$$

那么

$$\begin{aligned} P_f &= \int_0^\infty f(b\bar{g}) p(b) db = \int_0^\infty f(b\bar{g}) (a_t b^t + O(b^{t+e})) db \\ &= a_t \int_0^\infty f(b\bar{g}) b^t db + \int_0^\infty f(b\bar{g}) O(b^{t+e}) db \\ &= \frac{a_t}{(\bar{g})^{t+1}} \int_0^\infty f(b\bar{g}) (b\bar{g})^t d(b\bar{g}) + \\ &\quad \frac{1}{(\bar{g})^{t+e+1}} \int_0^\infty f(b\bar{g}) O((b\bar{g})^{t+e}) d(b\bar{g}) \\ &= \frac{1}{(\bar{g})^{t+1}} \left[ a_t \int_0^\infty f(g) (g)^t d(g) + \frac{1}{(\bar{g})^e} \int_0^\infty f(g) O(g^{t+e}) dg \right] \quad (8) \end{aligned}$$

当  $\bar{g} \rightarrow \infty$ ， $1/(\bar{g})^e \rightarrow 0$ ，如果对于任意的  $t > -1$ ， $\int_0^\infty g^t f(g) dg$  存在，那么括号中的第二项趋于 0，因而定理 1 成立。

值得注意的是，本文借鉴了文献[16]分析平均 SER 性能的思想，将其推广到平均 PER 的情况，核心的区别在于本文  $\int_0^\infty g^t f(g) dg$  存在性假设。文献[14]指出，对于常见的调制和编码方式，不论分组长度，对于任何的  $m > -1/2$ ，假设  $\int_0^\infty g^m f(g) dg$  存在是合理的。

#### 2) 瑞利衰落下的平均误帧率

对于瑞利衰落， $b$  为指数分布，其概率密度函数为  $p(b) = \exp(-b/\bar{b})/\bar{b}$ ，通过 Maclaurin 级数展开， $p(b) = 1/\bar{b} + \sum_{i=1}^\infty (-b/\bar{b})^i / i!$ ，因此  $t=0$ ， $a_t = 1/\bar{b}$ ，通过定理 1，在高信噪比下，根据式(6)，可得

$$P_f(\bar{g}) \approx \frac{1}{\bar{b}} \int_0^\infty f(g) dg (\bar{g})^{-1} \quad (9)$$

该积分通常不能够获得解析表达式，因此，定义一个新的变量

$$w_0 = \int_0^\infty f(g)dg \tag{10}$$

于是，式(9)可表示为

$$P_i \approx \frac{w_0}{b} (\bar{g})^{-1} \tag{11}$$

3) 两瑞利衰落分支最大比合并下的平均误帧率  
对于 2 支路瑞利衰落，有 2 个指数随机变量  $b_1$  和  $b_2$ ，设其均值分别为  $E[b_1]=\bar{b}_1$  和  $E[b_2]=\bar{b}_2$ ，使用最大比合并，合并后的等效信道衰落系数  $b$  ( $b = b_1 + b_2$ ) 具有如下的概率密度分布函数

$$p(b) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{b}_1 - \bar{b}_2} (\exp(-b/\bar{b}_1) - \exp(-b/\bar{b}_2)), & \bar{b}_1 \neq \bar{b}_2 \\ \frac{b}{(\bar{b})^2} \exp(-b/\bar{b}), & \bar{b}_1 = \bar{b}_2 = \bar{b} \end{cases} \tag{12}$$

$p(b)$  的 Maclaurin 级数展开为

$$p(b) = \frac{1}{\bar{b}_1 \bar{b}_2} b + O(b) \tag{13}$$

相应地， $t=1$ ， $a_1 = 1/(\bar{b}_1 \bar{b}_2)$ ，由定理 1，可得

$$P_i ; \frac{\int_0^\infty f(g)g dg}{\bar{b}_1 \bar{b}_2} (\bar{g})^{-2} \tag{14}$$

与前文类似，定义

$$w_1 = \int_0^\infty xf(x)dx \tag{15}$$

式(14) 简化为

$$P_i ; \frac{w_1}{\bar{b}_1 \bar{b}_2} (\bar{g})^{-2} \tag{16}$$

4) 关于  $w_0$  和  $w_1$

通常来说，如果能够给定一个  $f(g)$  的显示表达式，例如对于未编码分组传输系统， $f(g)$  可以用式(4)表示，那么  $w_0$  和  $w_1$  的值能够通过符号积分或者数值积分获得。对于 BCH( $n, m_0, t$ ) 编码系统， $n$  为分组长度， $m_0$  为信息比特数目， $t$  为最大纠错能力，假设硬判决解码，那么  $f(g)$  可以表示为

$$f(g) = \left( 1 - \sum_{k=0}^t C_n^k b(g)^k (1-b(g))^{n-k} \right) \tag{17}$$

对于一般的编码系统， $f(g)$  可以通过界限技术进行估计，诸如联合限、球形限等。

为了分析  $w_0$  和  $w_1$  的关系，首先介绍一个积分不等式引理<sup>[14]</sup>。

引理 1 定义  $f(x)$  为区间  $(a, b)$  上的有界非负的可积函数，并且满足  $0 < f(x) < B$  和  $\int_a^b f(x)dx = w_0$ ；定义  $g(x)$  为区间  $(a, b)$  上的非负函数；假设  $\int_a^b f(x)g(x)dx$  存在，如果  $g(x)$  是一个单调下降函数，那么

$$\int_a^b f(x)g(x)dx \geq B \int_a^{a+w_0/B} g(x)dx \tag{18}$$

如果  $g(x)$  是一个单调上升函数，那么

$$\int_a^b f(x)g(x)dx \leq B \int_a^{a+w_0/B} g(x)dx \tag{19}$$

如果下面 2 个条件任何一个成立，不等式(18) 或不等式(19) 将成为等式：

条件 1  $g(x)$  在区间  $(a, b)$  内保持恒定；

条件 2  $f(x)$  在区间  $(a, b)$  为阶越下降函数，并满足  $f(a^+) = B$ 。

定理 2 定义  $f(g)$  为 AWGN 下的误帧率函数，并定义  $w_0$  和  $w_1$  分别为式(10)和式(15)，那么

$$w_1 \approx w_0^2 / 2 \tag{20}$$

如果  $f(g)$  呈现出陡峭的特性，或者说存在一个合适的  $g_0$ ，使得

$$f(g | g = g_0) \approx 1 \text{ 且 } f(g | g > g_0) \approx 0 \tag{21}$$

则有：

$$w_1 \approx w_0^2 / 2 \tag{22}$$

证明 令  $g(g) = g$ ，那么对于任何的  $g > 0$ ， $g(g)$  是一个非负单调上升函数，由引理 1 中不等式(18)，可得

$$w_1 = \int_0^\infty g f(g)dg \geq \int_0^{w_0} g dg = w_0^2 / 2 \tag{23}$$

当式(21)成立时，通过引理 1 条件 2，式(22) 成立。

文献[14]讨论了  $f(g)$  陡峭特性，一般来说，编码系统的  $f(g)$  较非编码系统的更陡峭，分组长度大的  $f(g)$  较分组长度短的更陡峭。

为了验证定理 2, 令  $l(n) = w_0^2 / (2w_1)$ , 分别假设未编码分组传输以及具有固定纠错能力  $t = 3$  的 BCH 编码传输, 在图 2 中画出了 2 种典型调制方式 DPSK 和 BPSK 的  $l(n)$  曲线。对于未编码分组传输,  $f(g)$  通过式(4)获得, 对于 BCH 编码分组传输,  $f(g)$  通过式(17)获得,  $w_0$  和  $w_1$  的值由数值积分计算得到。图 2 清楚地表明  $l(n)$  小于 1, 并且当  $n \rightarrow +\infty$ ,  $l(n) \rightarrow 1$ 。图 2 同时也验证了编码系统的  $f(g)$  较非编码系统更陡峭, 且当分组长度越大,  $f(g)$  越陡峭。

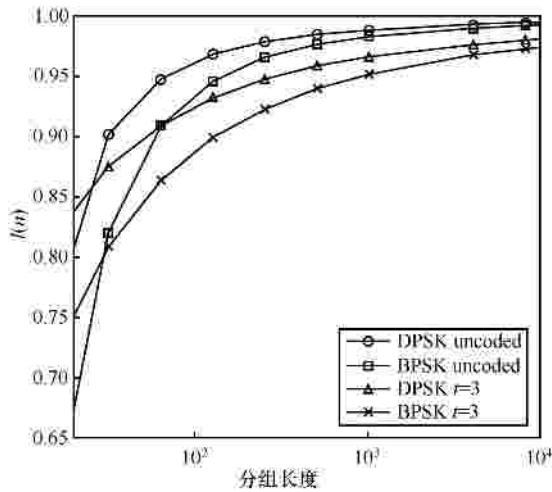


图 2  $l(n)$ 与分组长度的关系

#### 4 协同中继系统平均误帧率分析

##### 1) AF 模式

对于 AF 模式来说, 中继节点将接收到的信号进行放大转发, 假设放大系数为  $A$ , 即  $x_r = Ay_{sr}$ , 那么式(3)表达为

$$y_{rd} = h_{rd} A (h_{sr} \sqrt{P} x + n_{sr}) + n_{rd} = h_{rd} h_{sr} A \sqrt{P} x + h_{rd} A n_{sr} + n_{rd} \quad (24)$$

考虑到中继节点的功率约束, 选择  $A^2 = P / (N_0 + P|h_{sr}|^2)$ , 源-中继-目的 ( $S-R-D$ ) 信道的等效 SNR 可以表示为

$$g_{s-r-d} = \frac{(b_{sr} \bar{g})(b_{rd} \bar{g})}{1 + b_{sr} \bar{g} + b_{rd} \bar{g}} \quad (25)$$

AF 同时放大了信号和噪声, 因而  $S-R-D$  支路比  $S-D$  支路具有更大的噪声, 为了利用 MRC 技术, 将中继支路的信号乘以系数  $1 / (1 + A^2 h_{sr}^2)$  再进行合并, 使用相关检测, 合并前的  $S-R-D$  支路信号可以表示为

$$y'_{rd} = \frac{h_{sr}^* h_{rd}^* A \sqrt{P}}{1 + A^2 h_{sr}^2} y_{rd} \quad (26)$$

合并  $S-D$  和  $S-R-D$  分支的信号, 最终获得的 SNR 为

$$g_{AF} = \frac{(b_{sr} \bar{g})(b_{rd} \bar{g})}{1 + b_{sr} \bar{g} + b_{rd} \bar{g}} + (b_{sd} \bar{g}) \approx \frac{(b_{sr} \bar{g})(b_{rd} \bar{g})}{b_{sr} \bar{g} + b_{rd} \bar{g}} + (b_{sd} \bar{g}) \quad (27)$$

引入一个新的随机变量  $b_{AF} = \frac{b_{sr} b_{rd}}{b_{sr} + b_{rd}} + b_{sd}$ , 那

么合并后的瞬时 SNR 为  $b_{AF} \bar{g}$ 。

对于瑞利衰落,  $b_{sr}$ 、 $b_{rd}$  和  $b_{sd}$  均为指数分布, 令其均值分别为  $\bar{b}_{sr}$ 、 $\bar{b}_{rd}$  和  $\bar{b}_{sd}$ , 则  $b_{AF}$  的概率密度分布函数可以表示为<sup>[4]</sup>

$$p(b_{AF}) = \left( \frac{1}{\bar{b}_{sr}} + \frac{1}{\bar{b}_{rd}} \right) \frac{1}{\bar{b}_{sd}} b_{AF} + O(b_{AF}) \quad (28)$$

式中,  $t = 1$ ,  $a_1 = \left( \frac{1}{\bar{b}_{sr}} + \frac{1}{\bar{b}_{rd}} \right) \frac{1}{\bar{b}_{sd}}$ , 由定理 1,

可得

$$P_{f(AF)} \approx \frac{w_1}{\bar{b}_{sd}} \left( \frac{1}{\bar{b}_{sr}} + \frac{1}{\bar{b}_{rd}} \right) (\bar{g})^{-2} \quad (29)$$

从式(29)可以看到, 以误帧率为性能参数, 不论分组的长度, 协同 AF 模式总是能够获得二阶全分集增益, 和以误码率为参数取得的全分集数一样, 但获得的编码增益不一样, 编码增益依赖于分组的长度和调制编码方式。

使用 BPSK 调制, 并假设瑞利信道衰落系数均值  $\bar{b}_{sr} = \bar{b}_{rd} = \bar{b}_{sd} = 1$ , 分别设置未编码分组传输和编码分组传输 2 种传输方式, 改变平均发送信噪比, 图 3 给出了通过仿真和近似表达式(29)得到的 AF 模式误帧率曲线比较。其中, 未编码分组的长度设置为  $n = [1, 100, 1000]$  bit, 编码分组设置为纠错能力  $t = 3$  的 2 种 BCH 编码, BCH(127,3)和 BCH(31,3), 使用硬判决译码。理论近似中,  $P_{f(AF)}$  通过式(29)获得,  $w_1$  通过式(15)积分获得, 而  $f(g)$  通过式(4)或式(17)获得。笔者观察到不论对于编码还是未编码传输, 当平均信噪比  $\bar{g} > 15$  dB, 通过仿真与理论近似得到的误帧率曲线非常吻合, 这说明通过式(29)获得的 AF 模式误帧率近似表达式在高信噪比下是非常精确的, 图 3 同时也表明了编码增益随着分组长度的变化以非线性的方式变化。

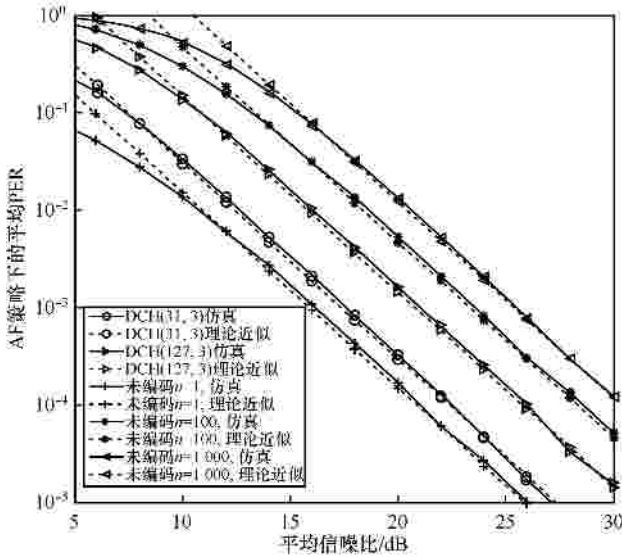


图 3 协同 AF 模式下平均误帧率性能

2) DF 模式

有 2 种基本的 DF 方案 固定 DF 和选择性 DF。文献[1]的研究表明固定 DF 不能够有效地提供全分集增益，因为其性能受限于源-中继信道，因而本文仅考虑选择性 DF。中继节点根据 CRC 校验判断能够正确解码源信号才对数据进行转发。假设瑞利衰落，中继节点的接收信噪比 SNR 可以表示为  $g_{sr} = b_{sr}g$ ，基于式(11)，中继节点解码源数据的平均误帧率可以表示为

$$P_{f(DF-SR)} \approx \frac{w_0}{b_{sr}} (\bar{g})^{-1} \quad (30)$$

当中继节点解码数据正确，在协同的第二个阶段，以同样的功率  $P$  转发解码后的数据至目的节点，因此，目的节点的接收信号可以表示为

$$y_{rd} = h_{rd} \sqrt{P}x + n_{rd} \quad (31)$$

假设使用 MRC 合并，合并后的 SNR 表示为

$$g_{sr-d} = b_{sd}g + b_{rd}\bar{g} \quad (32)$$

基于式(16)，平均误帧率为

$$P_{f(DF-SR-D)} \approx \frac{w_1}{b_{sd}b_{rd}} (\bar{g})^{-2} \quad (33)$$

当中继解码错误，中继将向源节点反馈解码错误信息至源节点，那么在协同的第二个阶段，源节点将重新发送第一个阶段发送的数据至目的节点，假定源-目的信道在协同的 2 阶段保持不变，那么目的节点接收到的合并信噪比为

$$g_{ss-d} = 2b_{sd}\bar{g} \quad (34)$$

根据式(11)，获得平均误帧率为

$$P_{f(DF-SS-D)} \approx \frac{w_0}{2b_{sd}} (\bar{g})^{-1} \quad (35)$$

最后，选择性 DF 模式下总的平均误帧率可以表达为

$$\begin{aligned} P_{f(DF)} &= (1 - P_{f(DF-SR)})P_{f(DF-SR-D)} + P_{f(DF-SR)}P_{f(DF-SS-D)} \\ &\approx \left(1 - \frac{w_0}{b_{sr}} (\bar{g})^{-1}\right) \frac{w_1}{b_{sd}b_{rd}} (\bar{g})^{-2} + \frac{w_0}{b_{sr}} (\bar{g})^{-1} \frac{w_0}{2b_{sd}} (\bar{g})^{-1} \\ &\approx \left(\frac{w_1}{b_{sd}b_{rd}} + \frac{w_0^2}{2b_{sr}b_{sd}}\right) (\bar{g})^{-2} \end{aligned} \quad (36)$$

从式(36)可知，以误帧率为指标，选择性 DF 模式同样获得类似 AF 模式的二阶全分集增益，然而，获得的编码增益与 AF 模式不一样。

图4 给出了使用近似式(36)和仿真 2 种途径获得的选择性 DF 模式下的平均误帧率。类似地，分别设置未编码分组传输和编码分组传输，仿真条件的设置与图 3 相同，其中， $w_0$  通过式(10)积分获得。从图 4 可以看出，当平均信噪比  $\bar{g} > 20\text{dB}$ ，不论对于编码还是未编码传输，近似公式与仿真获得的结果非常吻合。

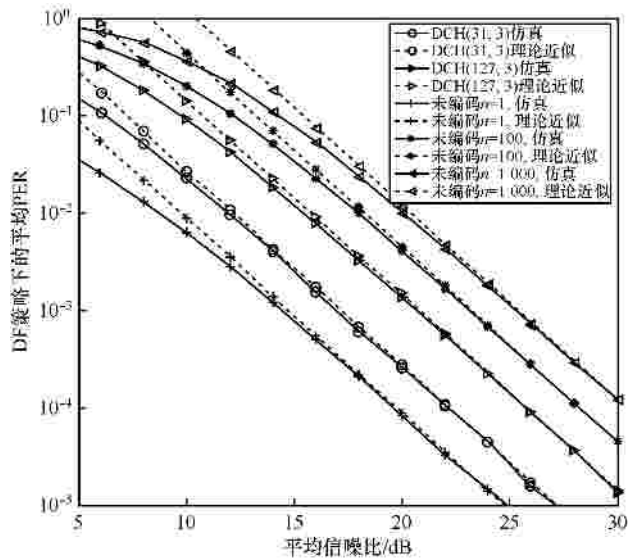


图 4 协同 DF 模式下平均误帧率性能

3) AF 和 DF 模式下的性能比较

为了对 AF 和 DF 模式下的性能进行比较分析，定义一个变量

$$L = \frac{P_{f(DF)}}{P_{f(AF)}} = \frac{\frac{w_1}{b_{rd}} + \frac{w_0^2}{2b_{sr}}}{\frac{w_1}{b_{sr}} + \frac{w_1}{b_{rd}}} \quad (37)$$

对于对称的源—中继和中继—目的链路，  
 $\overline{b_{rd}} = \overline{b_{sr}}$ ，因此  $L = \frac{w_1 + w_0^2/2}{2w_1}$ 。

对于完美的源—中继链路，或  $\overline{b_{sr}} \rightarrow \infty$ ，  
 $L = 1$ 。

对于完美的中继—目的链路，或  $\overline{b_{rd}} \rightarrow \infty$ ，  
 $L = \frac{w_0^2}{2w_1}$ 。

通过定理可知，由于  $w_1 > w_0^2/2$ ，那么在条件  
 和条件 下，总是有  $L < 1$ ，也就是 DF 总是好于  
 AF。当分组长度足够大， $f(g)$  呈现出陡峭特性，  
 $w_1 \approx w_0^2/2$ ，两者的性能相近。

假设对称的 S-R 和 R-D 链路 未编码分组传输，  
 图 5 进一步通过数值计算给出了 AF 和 DF 的性能  
 比较。从图中可以看出，DF 的性能总是要比 AF 的  
 好，并且分组长度越短，DF 相对于 AF 的优势越明  
 显。该结论与 Laneman 经典文献[1]的结论有所不  
 同，文献[1]中，以中断概率为性能准则，在高信  
 噪比下，AF 具有和 DF 相同的性能。然而，从图  
 5 中可以发现，当分组的长度足够大，以误帧率  
 为准则，AF 的性能接近于 DF 的性能。也就是说，  
 中断概率实际上给出了当分组为无限大时的一种  
 特例，而对于实际有限的分组长度，DF 性能总是  
 优于 AF 性能。

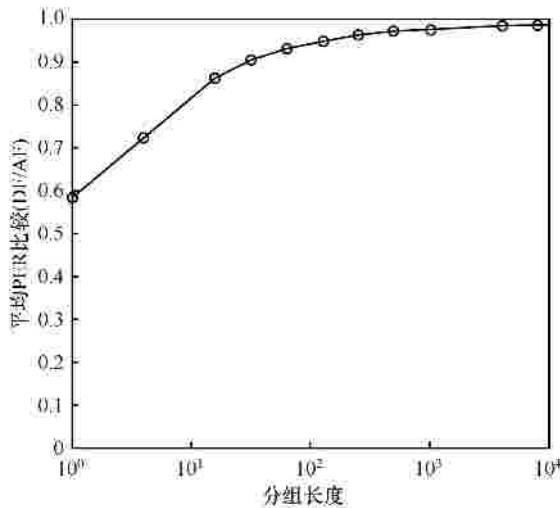


图 5 协同 DF 和 AF 模式 PER 性能比较

4) 最优中继位置

为了简化分析，假设中继位于源和目的之间，  
 并将源和目的之间距离归一化；令源和中继距离为  
 $r$ ，则中继和目的距离为  $1-r$ ，于是可得

$$\overline{b_{sr}} = \frac{\overline{b_{sd}}}{r^a} \tag{38}$$

$$\overline{b_{rd}} = \frac{\overline{b_{sd}}}{(1-r)^a} \tag{39}$$

其中， $a$  为路径损失因子，其典型值为 2~5 之  
 间<sup>[17]</sup>。

对于 AF 模式来说，式(29)可以变换为

$$P_{r(AF)} \approx \frac{w_1}{(\overline{b_{sd}})^2} (r^a + (1-r)^a) (\overline{g})^{-2} \tag{40}$$

对于任何的  $a > 1$  和任意的分组长度，当  
 $r = 0.5$ ，式(40)获得最大值。这个结论和文献[4]的  
 结果吻合，该文考虑了  $N=1$  的特例。

对于 DF 模式，式(36)变换为

$$P_{r(DF)} \approx \frac{1}{(\overline{b_{sd}})^2} \left( w_1 r^a + \frac{1}{2} w_0^2 (1-r)^a \right) (\overline{g})^{-2} \tag{41}$$

对  $r$  求导，可以得到当满足下式的时候可以得  
 到最优值

$$r = a^{-1} \sqrt{\frac{w_0^2}{2w_1}} / \left( 1 + a^{-1} \sqrt{\frac{w_0^2}{2w_1}} \right) \tag{42}$$

假设路径损耗因子分别为  $a = 2, 3, 4$  和未编码  
 分组传输，图 6 给出了 AF 和 DF 模式下的最优中  
 继位置曲线。可以看到，相比于 AF 模式，其最优  
 中继位置始终位于中点，对于 DF 模式，最优的中  
 继总是更加靠近源节点，特别是对于大的路径损耗  
 因子。该结论同样也可以用定理 2 来解释，由于  
 $w_0^2/(2w_1) < 1$ ，那么  $r < 0.5$ ；考虑  $N=1$  和  $a=2$   
 的特例，可以得到  $r \approx 0.14$ 。

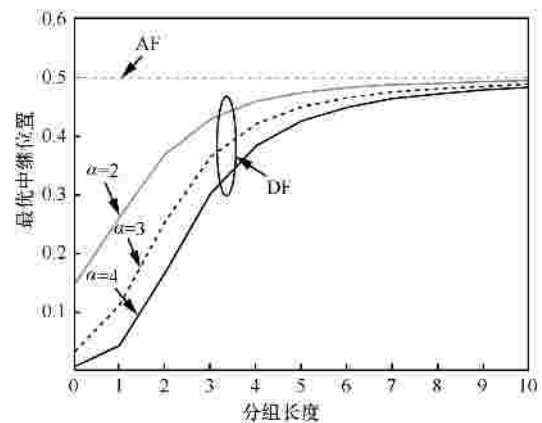


图 6 最优中继位置和分组长度关系

然而，从图6也可以看出，当分组长度变大，对于DF模式，最优的中继位置逐渐平移到中点处，与AF模式类似。由前文可知，当分组长度足够大， $w_0^2/(2w_1) \approx 1$ ，可得 $r \approx 0.5$ 。例如，对于适度的中等分组长度200byte(1600bit)，对于所有的 $a$ 值，最优的中继节点位置都在大约0.45处，与中点非常接近。这意味着对于实际的分组发送，只要粗略地选择大致位于中点处的中继节点，就可以近似地获得最优的性能，这个结论对于中继节点的选择具有指导意义，并不需要假设中继节点、源节点和目的节点一定位于直线上。

## 5 结束语

本文分析了分组协同中继系统在高信噪比下的渐近误帧率性能，而目前大多数的研究主要集中在SER或者中断性能上。考虑到目前实际的大部分通信系统总是以分组而不是比特流的方式进行数据传输，本文的研究具有重要的实际意义。本文研究表明以误帧率为准则，AF和选择性DF模式都能够获得全分集增益，但是编码增益不同，编码增益随着分组长度变化而变化。在高信噪比下，DF模式的渐近误帧率性能总是好于AF模式，然而随着分组长度的增大，两者的性能接近。本文同时分析了最优的中继位置问题。对于AF模式来说，最优的中继总是位于源和目的节点的中点处；而对于DF模式来说，最优的中继位置总是更靠近源端，当帧长度增大，最优的位置向中点移动。

## 参考文献：

- [1] LANEMAN J N, TSE D N C, WORNELL G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behaviour[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2004, 50(12): 3062-3080.
- [2] SHRESTHA S, CHANG K. Analysis of outage capacity performance for cooperative DF and AF relaying in dissimilar rayleigh fading channels[A]. Proc ISIT2008[C]. Toronto, Canada, 2008. 494-498.
- [3] ANGHEL P A, KAVEH M. Exact symbol error probability of a cooperative network in a rayleigh-fading environment[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2004, 3(a): 1416-1421.
- [4] RIBEIRO A, CAI X, GIANNAKIS G B. Symbol error probabilities for general cooperative links[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2005, 4(3): 1264-1273.
- [5] MAHAM B, HJØRUNGNES A. Performance analysis of amplify-and-forward opportunistic relaying in rician fading[J]. IEEE Signal Processing Lett, 2009, 16(8): 643-646.
- [6] LIU T, SONG L, LI Y. Performance analysis of hybrid relay selection in cooperative wireless systems[J]. IEEE Trans Commun, 2012, 60(3): 779-788.
- [7] JU M, KIM I, KIM D. Joint relay selection and relay ordering for df-based cooperative relay networks[J]. IEEE Trans Commun, 2012, 60(4): 908-915.
- [8] ALVES H, SOUZA R D, BRANTE G. Performance of type-I and type-II hybrid ARQ in decode and forward relaying[A]. Proc Tech[C]. 2011.1-5.
- [9] KIM S H, LEE S J, SUNG D K. Rate-adaptation-based cooperative hybrid-ARQ relaying scheme in rayleigh block-fading channels[J]. IEEE Trans Vehicular Tech, 2011, 60(a): 4640-4645.
- [10] GAMAL H E, HAMMONS J A R. Analyzing the turbo decoder using the gaussian approximation[J]. IEEE Trans Inf Theory, 47(2): 671-686.
- [11] CAO L, KAM P. On the performance of packet ARQ schemes in rayleigh fading: the role of receiver channel state information and its accuracy[J]. IEEE Trans Vehicular Tech, 2011, 60(2): 704-709.
- [12] CHATZIGEORGIOU I, WASSELL I J, CARRASCO R. On the frame error rate of transmission schemes on quasi-static fading channels[A]. Proc CISS2008[C]. 2008. 19-21.
- [13] TOYSERKANI A T, STRÖM E G, SVENSSON A. An analytical approximation to the block error rate in nakagami-m non-selective block fading channels[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2010, 9(5):1543-1546.
- [14] XI Y, BURR A, WEI J, et al. A general upper bound to evaluate packet error rate over quasi-static fading channels[J]. IEEE Transaction on Wireless Communication. 2011, 10(5):1373-1377.
- [15] XI Y, LIU S Y, WEI J B, et al. Asymptotic performance analysis of uncoded packet cooperative relaying system over quasi-static fading channel[A]. IEEE pimrc2010[C]. Turkey, 2010. 2204-2209.
- [16] WANG Z, GIANNAKIS G B. A simple and general parameterization quantifying performance in fading channels[J]. IEEE Trans Commun, 2003, 51(8): 1389-1398.
- [17] RAPPAPORT T S. Wireless Communications[M]. Prentice Hall, 1996.

## 作者简介：



刘少阳(1963-),男,山东博兴人,国防科学技术大学博士生,主要研究方向为协同通信和跨层协议设计。

习勇(1977-),男,江西新余人,国防科学技术大学副研究员,主要研究方向为无线MAC协议和ad hoc网络。

李颖(1978-),女,山东烟台人,中国电子系统工程公司研究所工程师,主要研究方向为无线网络与信号处理。

魏急波(1967-),男,湖北汉川人,国防科学技术大学教授、博士生导师,主要研究方向为通信信号处理与通信网络。

ALISTER Burr(1957-),男,英国约克大学教授,主要研究方向为无线通信信号处理。